



SEMESTRAL

UNI

academiacesarvallejo.edu.pe

— ACADEMIA —
CÉSAR
VALLEJO

— ACADEMIA —
CÉSAR
VALLEJO

— ACADEMIA —
CÉSAR
VALLEJO

— ACADEMIA —
CÉSAR
VALLEJO

SEMESTRAL
UNI



Álgebra

Tema: Inecuaciones polinomiales II y fraccionaria

Docente: Coz Flores Humberto

academiacesarvallejo.edu.pe

1. Si se cumple que $\Delta(m-4)$

① $x^2 - (m-4)x + 2m-8 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$, halle la variación de m

- A) $\langle 4; 12 \rangle$ B) $\langle -\infty; 4 \rangle \cup \langle 12; +\infty \rangle$ C) $\langle 6; 12 \rangle$
 D) $\langle -\infty; 6 \rangle \cup \langle 12; +\infty \rangle$ E) $\langle 2; 12 \rangle$

Resolución

$$ax^2 + bx + c > 0; \forall x \in \mathbb{R} \leftrightarrow (a > 0 \wedge \Delta < 0)$$

Aplicando el teorema del trinomio positivo

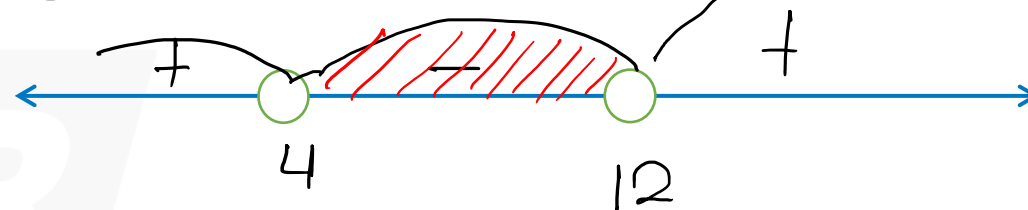
$$1 > 0 \wedge \Delta < 0$$

$$(m-4)^2 - 4(1)(2)(m-4) < 0$$

$$(m-4)(\underline{(m-4)-8}) < 0$$

$$(m-4)(m-12) < 0$$

Las raíces son: 4; 12



$$\therefore 4 < m < 12$$

$$m \in \langle 4; 12 \rangle$$

2. Al resolver la inecuación cuadrática

$-x - n + 4 \leq x^2 + x + 2 \leq 2x^2 + (n + 1)x + 6$
se obtiene $CS = \mathbb{R}$. Determine la variación de n

A) $\langle -\infty; 3] \cup [4; +\infty \rangle$

B) $[3; 4]$

C) $[-3; 4]$

D) $[2; 4]$

E) $\langle -\infty; -3] \cup [4; +\infty \rangle$

$\forall x \in \mathbb{R}$

Resolución

TEOREMA DEL TRINOMIO NO NEGATIVO

$$ax^2 + bx + c \geq 0; \forall x \in \mathbb{R} \leftrightarrow (a > 0 \wedge \Delta \leq 0)$$

obs $m < p < q$
 $\underbrace{m < p \wedge p < q}$

$$\begin{aligned} & \overbrace{-x - n + 4 \leq x^2 + x + 2} \wedge \overbrace{x^2 + x + 2 \leq 2x^2 + (n + 1)x + 6} \\ & \textcircled{1} \underbrace{x^2 + 2x + (n - 2) \geq 0}_{\forall x \in \mathbb{R}} \quad \wedge \quad \textcircled{2} \underbrace{x^2 + nx + 4 \geq 0}_{\forall x \in \mathbb{R}} \end{aligned}$$

Por teorema del trinomio no negativo

$$\begin{aligned} & \textcircled{1} > 0 \wedge \Delta \leq 0 \quad \wedge \quad \textcircled{2} > 0 \wedge \Delta \leq 0 \\ & 4 - 4(n - 2) \leq 0 \quad \wedge \quad n^2 - 4(4) \leq 0 \\ & 1 - n + 2 \leq 0 \quad \wedge \quad n^2 - 4^2 \leq 0 \\ & \textcircled{n \geq 3} \quad \wedge \quad \textcircled{(n + 4)(n - 4) \leq 0} \\ & \quad \quad \quad + \quad n - 4 \leq 0 \\ & \quad \quad \quad n \leq 4 \\ & \underbrace{\quad \quad \quad}_{3 \leq n \leq 4} \end{aligned}$$

3. Resuelva la inecuación

$$2x^3 + 11x^2 + 17x + 6 < 0$$

$$A) \langle -\infty; -3 \rangle \cup \langle -2; -\frac{1}{2} \rangle$$

$$B) \langle -2; -\frac{1}{2} \rangle$$

$$C) \langle -\infty; -2 \rangle \cup \langle -2; -\frac{1}{2} \rangle$$

$$D) \langle -\infty; -2 \rangle \cup \langle -1; -\frac{1}{2} \rangle$$

$$E) \langle -\infty; -3 \rangle \cup \langle -2; \frac{1}{2} \rangle$$

$$P.R.R = \pm \left\{ \frac{\text{Divisores de 6}}{\text{Divisores de 2}} \right\}$$

Resolución

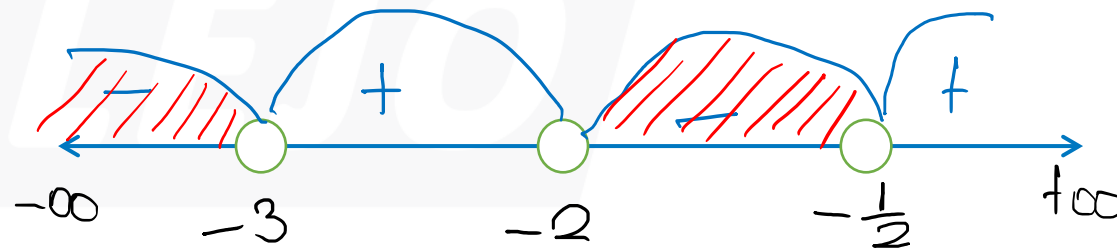
factorizando por divisores binomios

$$P.R.R = \pm \left\{ \frac{1; 2; 3; 6}{1; 2} \right\} = \pm \{1; 2; 3; \dots\}$$

	2	11	17	6
-2	↓	4	14	6
	2	7	3	0

$$\Rightarrow (x+2)(2x^2+7x+3) < 0 \quad \text{abierto}$$

las raíces raíces: $-3, -2, -\frac{1}{2}$



$$C.S. = \langle -\infty; -3 \rangle \cup \langle -2; -\frac{1}{2} \rangle$$

4. Resuelva la inecuación

$$(20x - 60)^5 (x^3 - 8)(x - 3) \leq 0$$

A) $\langle -\infty; 3]$

B) $\langle -\infty; 2] \cup \{3\}$

C) $\langle -\infty; 2\rangle$

D) $[2; 3\rangle \cup \langle -\infty; 2\rangle$

E) $\langle -\infty; 4\rangle \cup \{5\}$

impar

Resolución

$$(20x - 60)^5 (x^3 - 8)(x - 3) \leq 0$$

$$\cancel{20}^+ (x-3) \cancel{(x-2)}^+ (x^2 + 2x + 4) (x-3) \leq 0$$

$110 \wedge \Delta < 0$

$$(x-3)(x-2)(x-3) \leq 0$$

$$\cancel{(x-3)}^+ (x-2) \leq 0$$

+

$$x-2 \leq 0$$

$$x \leq 2$$

Cuidado: $x=3$
es solución

$$C.S. = \langle -\infty; 2] \cup \{3\}$$

5. Con respecto a la inecuación $2x^3 + 17x < 7x^2 + 30$ indique la secuencia correcta de verdad (V) o falsedad (F) de las afirmaciones.

F I. El número de soluciones enteras no negativas es 5.

✓ II. $\exists x_0 \in \mathbb{R}^+ \cap \text{CS}$, tal que $x_0^3 \in \text{CS}$

F III. Si $x_0 \in \mathbb{R}^+ \cap \text{CS} \rightarrow x_0 \in \text{CS}$

A) VVF

B) VVV

C) VFF

D) FVV

E) FFV

Resolución

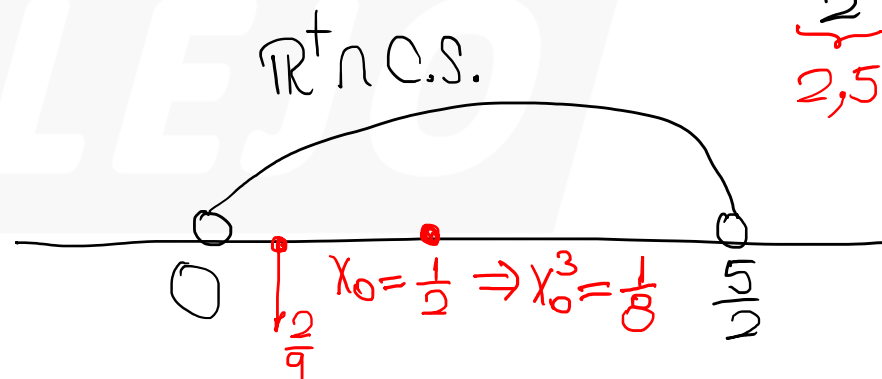
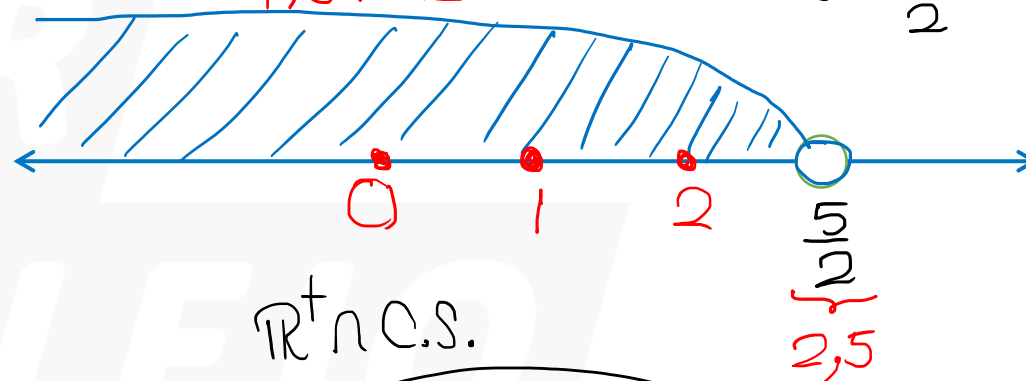
$$2x^3 - 7x^2 + 17x - 30 < 0$$

$$\text{P.R.R.} = \pm \left\{ \frac{1; 2; 3; 5; \dots}{1; 2; \dots} \right\}$$

	2	$\frac{-7}{5}$	$\frac{17}{-5}$	$\frac{-30}{30}$
$\frac{1}{2}$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$
	2	-2	12	0

$$\left(x - \frac{5}{2}\right)(2x^2 - 2x + 12) < 0$$

$$(2x - 5)(x^2 - x + 6) < 0 \Rightarrow 2x - 5 < 0 \Rightarrow x < \frac{5}{2}$$



$$\text{Si } x_0 = \frac{2}{9} \Rightarrow \frac{1}{x_0} = \frac{9}{2} = 4,5$$

6. Si $[-\alpha; \beta] \cup [\alpha; +\infty]$ es el conjunto solución de la inecuación $x^5 - 64x^3 + (x+2)(x^2-64) \geq 0$ determine $M = 8\beta + \alpha$

- A) 3 B) 2 C) -1
 D) 0 E) 1

Resolución

$$(x^5 - 64x^3) + (x+2)(x^2-64) \geq 0$$

$$x^3(x^2-64) + (x+2)(x^2-64) \geq 0$$

$$(x^2-64)(x^3+x+2) \geq 0$$

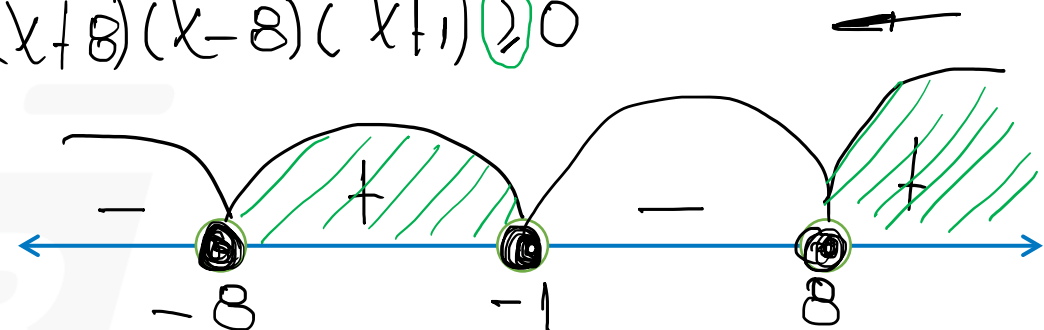
$$(x+8)(x-8)(x^3+x+2) \geq 0$$

	1	0	1	2
-1	1	-1	1	-2
	1	-1	2	0

$$(x+8)(x-8)(x+1)(x^2-x+2) \geq 0$$

$1 > 0 \wedge \Delta < 0$

$$(x+8)(x-8)(x+1) \geq 0$$



$$C.S. = [-8; -1] \cup [8; +\infty)$$

de donde: $\alpha = 8$

$\beta = -1$

Rta $8(-1) + 8 = 0$

7. Resuelva la inecuación

$$2 + \frac{1}{x-1} < \frac{1}{x+1}$$

A) $\langle -1; 1 \rangle$

B) $\langle -1; 1 \rangle - \{0\}$

C) $\langle 1; 5 \rangle$

D) $\langle 1; +\infty \rangle$

E) $\langle -1; +\infty \rangle$

Resolución

C.V.A: $\underbrace{x-1 \neq 0}_{x \neq 1}; \underbrace{x+1 \neq 0}_{x \neq -1}$

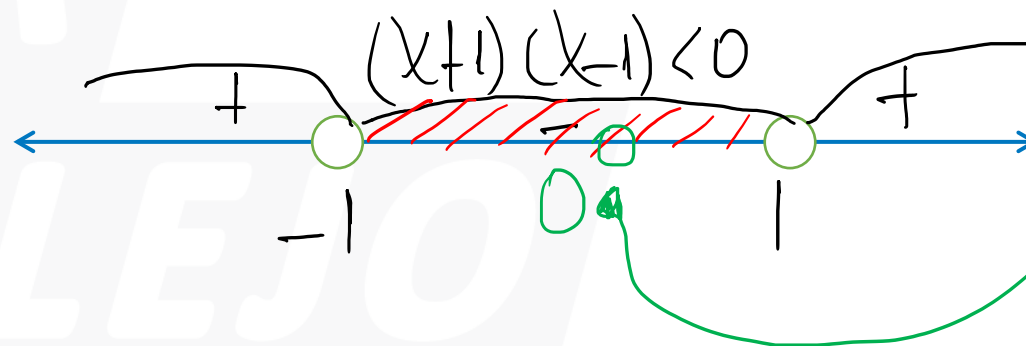
$$2 + \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} < 0$$

$$\cancel{2} + \frac{\cancel{2}}{x^2-1} < 0$$

$$\frac{1}{x^2-1} < 0$$

$$\frac{x^2}{x^2-1} < 0 \Rightarrow x^2(x^2-1) < 0$$

$$\cancel{x^2}(x+1)(x-1) < 0 \quad \text{Cuidado } x \neq 0$$



8. Determine el conjunto solución

$$\frac{1}{x^2 + x} + \frac{1}{x^2 + 3x + 2} + \frac{1}{x^2 + 5x + 6} \geq \frac{2}{x}$$

A) $\left(-3; -\frac{3}{2}\right]$

B) $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right]$

C) $\left[-\frac{3}{2}; 1\right)$

~~D) $\left(-\infty; -3\right) \cup \left[-\frac{3}{2}; 0\right) - \{-1\}$~~

E) $\left(-\infty; -3\right) \cup \left[\frac{3}{2}; 0\right)$

Resolución

$\text{Obs } \frac{b-a}{a \cdot b} = \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$

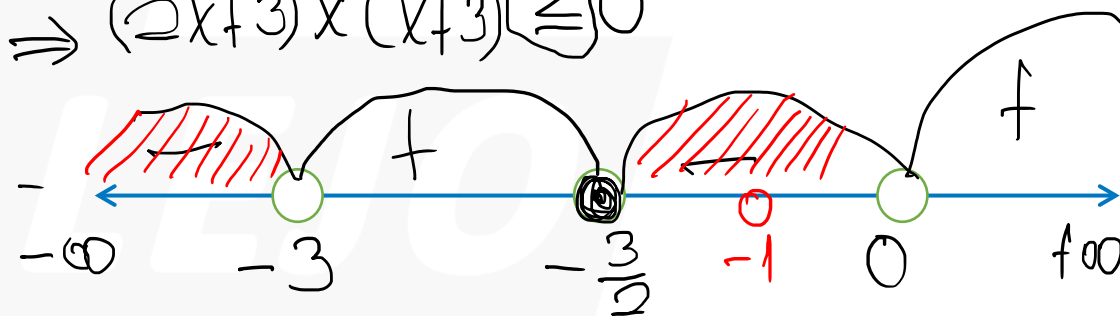
$$\frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} \geq \frac{2}{x}$$

C.V.A: $x \neq 0; -1; -2; -3$

$$\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+3}\right) \geq \frac{2}{x}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+3} \leq 0 \Rightarrow \frac{2x+3}{x(x+3)} \leq 0$$

$$\Rightarrow (2x+3)x(x+3) \leq 0$$



$$\text{C.S.} = \left(-\infty; -3\right) \cup \left[-\frac{3}{2}; 0\right) - \{-1\}$$

9. Con respecto a la inecuación

$$\frac{(x-8)^6(x^3-6x^2+12x-10)^3}{(x-2)^4} \leq 0$$

indique la secuencia correcta de verdad (V) o falsedad (F) de las afirmaciones.

✓ I. La suma de soluciones enteras positivas es 12.

✓ II. Una solución es $\sqrt[3]{2}(\sqrt[3]{4}+1) = 2 + \sqrt[3]{2}$

✓ III. Una cota superior del conjunto solución es 9.

A) FFF

B) VVF

C) VVV

D) FVF

E) VFF

Resolución

C.V.A: $x \neq 2$

Luego: $(x-8)^6(x^3-6x^2+12x-10)^3 \leq 0$

par

impar

~~3~~

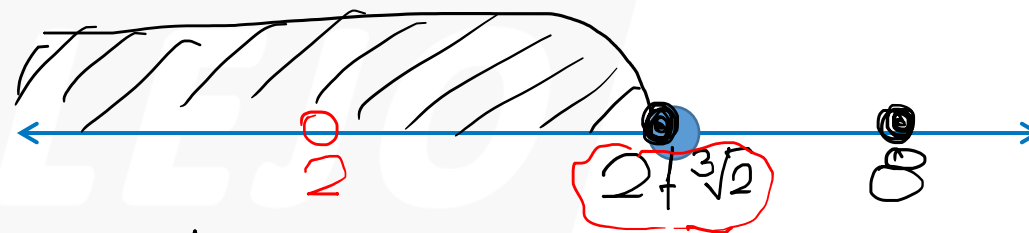
Cuidado!!! $x=8$ es solución

Luego $x^3-6x^2+12x-10 \leq 0$

$(x^3-6x^2+12x-8) - 2 \leq 0$

$(x-2)^3 \leq 2 \Rightarrow x-2 \leq \sqrt[3]{2}$

$x \leq 2 + \sqrt[3]{2}$



en $\mathbb{Z}^+$: 1; 3; 8

dos P "a" es cota superior de P
si $a \geq x \forall x \in P$





GRACIAS

SÍGUENOS:   

academiacesarvallejo.edu.pe